

# Кафедра вычислительной математики и математической физики

# ВММФ

## Профилизация кафедры: Математическая физика

(это не страшно — мы просто решаем задачи, связанные с реальностью и имеющие важное прикладное значение)

**Тематика выпускных работ** связана с научной деятельностью **сотрудников** кафедры, с прикладным программированием, информационными технологиями.

## Направления научных исследований

- вычислительная гидродинамика;
- компьютерное моделирование;
- математическая биология и экология;
- вихревые структуры;
- нелинейные задачи гидродинамики;
- теория косимметрии;
- перенос примесей электрическим полем;
- ...

## Специализация на кафедре дает умение

- строить математические модели,
- получать строгие математические результаты,
- проводить компьютерные эксперименты,
- преодолевать трудности,
- работать после длительного и утомительного отдыха,...

---

Для получения детальной информации обращаться

в ауд. 117 или ауд. 214

почти в любое время

## Наши любимые уравнения

**Уравнения Навье–Стокса** для несжимаемой жидкости:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{f},$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

являются одними из важнейших в **гидродинамике** и применяются в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач.

Одним из применений системы уравнений Навье–Стокса является описание течений в мантии Земли, землетрясений, вулканов и других природных явлений.



---

**Жуков Михаил Юрьевич, доктор физ.-мат. наук, профессор, зав.каф.**

---

**Ключевые слова:** массоперенос электрическим полем в многокомпонентных химически активных жидких средах, системы квазилинейных гиперболических уравнений, течения жидкости в микроканалах, группы Ли, конвекция, устойчивость течений жидкости, течения в жидких пленках, метод конечных элементов и другие численные методы.

### **Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Исследование различных течений в тонких жидких пленках, покрывающих криволинейные поверхности, например, цилиндр, сферу. С математической точки зрения исследование сводится к аналитическому, асимптотическому и численному решению, так называемых, уравнений мелкой воды — слоя жидкости со свободной границей. На практике такие уравнения используются для описания течений в атмосфере и океане, уединенных волн, вихревых и струйных течений.
- 2) Исследование течений, возникающих в результате внешних воздействий, например, действия электрического поля, в многокомпонентных смесях, заполняющих пространственно одномерные или двухмерные области, например, микроканалы, кровеносные сосуды и т.п. На практике такие исследования имеют важное значения при конструировании различных микроустройств — микронасосов, микромиксеров, струйных принтеров и др. С математической точки зрения, задачи сводятся к аналитическому, асимптотическому и численному решению уравнений, описывающих течения жидкости и массоперенос примесей с учетом различных физических эффектов, которые проявляют себя в микро- и наномасштабах.
- 3) Исследование поведения решений квазилинейных гиперболических уравнений. Такие уравнения используются для описания линейных и нелинейных волн, процессов переноса массы под действием внешних полей, движения автотранспорта (трафик), поведения ледников и лавин, течений мелкой воды, процессов в газовой динамике. Интерес к таким уравнениям обусловлен, по крайней мере, тремя причинами. Во-первых, при помощи гиперболических уравнений можно описывать различные разрывные решения (в частности, ударные волны). Во-вторых, многие уравнения, описывающие важные физические процессы, являются вполне интегрируемыми (допускают точные аналитические решения). В-третьих, тип квазилинейных уравнений (гиперболичность) в процессе эволюции решения может изменяться (на эллиптический), что резко меняет свойства решения (приводит к возникновению, как правило, неустойчивых пространственно-временных структур).

### **Методы и инструменты для исследований**

Для решения перечисленных проблем используются численные методы (конечно-разностные схемы, метод конечных элементов, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений), асимптотические методы (метод многомасштабных разложений, метод пограничного слоя), аналитические методы (обобщенный метод годографа, геометрические методы математической физики, методы теории устойчивости).

---

Говорухин Василий Николаевич, кандидат физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** математическое моделирование динамики жидкости, математическое моделирование популяционной динамики, модели распространения инфекционных заболеваний, взаимодействия и структурная устойчивость вихревых структур, конвективные движения жидкости в пористой среде, косимметрия, разностные, бессеточные и проекционные численные методы решения уравнений математической физики, численный бифуркационный анализ.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Изучение течений невязкой и вязкой жидкостей в двумерном случае, исследование их структурной устойчивости, взаимодействия и развития вихревых структур. Для описания гидродинамических процессов предполагается использование ряда геофизических моделей, учитывающих специфику процессов в атмосфере и океане. При решении подобных задач требуется применение и развитие аналитических и численных методов исследования уравнений в частных производных и численного эксперимента.
- 2) Широкий спектр проблем конвекции жидкости в наполненном пористой средой контейнере. Будут рассматриваться задачи, обладающие уникальными свойствами, связанные с возможным наличием у соответствующих уравнений косимметрии. Для этих исследований понадобится применение как численных подходов, основанных на проекционных методах решения уравнений в частных производных, так и аналитических методов с использованием средств компьютерной алгебры.
- 3) Задачи изучения взаимодействия популяций при различных стратегиях поведения особей. При исследовании таких задач предполагается математическое моделирование поведенческих механизмов с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Для исследования построенных моделей предполагается комплексное использование аналитических подходов и обширного компьютерного эксперимента.
- 4) Математическое моделирование распространения и динамики инфекционных заболеваний. Особое внимание будет уделяться динамике инвазийных болезней, которые все чаще встречаются в Ростовской области. В качестве математического аппарата предполагается использование отображений, обыкновенных дифференциальных уравнений, а для описания пространственного распределения особей уравнений в частных производных.
- 5) Математическое моделирование динамики трудовых ресурсов, в частности, рынка выпускников, на основе как известных закономерностей рынка труда, так и возможных изменениях экономической ситуации, демографии и стратегиях управления. Для математического моделирования предполагается использование динамических систем с дискретным и непрерывным временем.

---

Долгих Татьяна Фёдоровна, ассистент

---

**Ключевые слова:** математический пакет Maple, языки программирования C/C++, метод конечных элементов, численные методы, методы оптимизации, задачи гидродинамики.

**Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Использование методов вычислительной математики для решения задач математической физики, в частности задач гидродинамики.
- 2) Создание прикладных программ для проведения различных вычислительных экспериментов и изучения численных методов.
- 3) Решение задач оптимизации гидродинамических процессов.
- 4) Создание прикладных программ компьютерной графики для обработки и визуализации результатов вычислительных экспериментов.

**Методы и инструменты для исследований**

Для перечисленных исследований используется язык программирования C/C++, пакет конечных элементов и FreeFem++, пакет прикладного программирования Maple.

---

**Жукова Наталья Михайловна, ассистент**

---

**Ключевые слова:** Ключевые слова: массоперенос электрическим полем в многокомпонентных химически активных жидких средах, метод конечных элементов.

### **Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Исследование нестационарной задачи ИЭФ (изоэлектрофокусирования) процесса выделения при помощи электрического поля отдельных компонент смеси, например, белков, аминокислот, из многокомпонентного водного раствора. С математической точки зрения, задача сводится к исследованию уравнений переноса примесей в химически неоднородной среде, свойства которой определяются реакциями, протекающими в растворе.
- 2) Создание прикладных программ для исследования процессов массопереноса примесей под действием электрического поля. Наличие таких программ позволяет исследовать динамику процессов в среде с заданными параметрами, моделировать движение примесей под действием электрического тока.

### **Методы и инструменты для исследований**

Для решения перечисленных задач используются преимущественно численные методы — конечно-разностные схемы, метод конечных элементов, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Для создания прикладных программ используется язык программирования FreeFem++. Для обработки результатов исследований используются пакеты научной графики.

---

Куракин Леонид Геннадиевич, доктор физ.-мат. наук, профессор

---

**Ключевые слова:** течение жидкости, устойчивость, бифуркации, косимметрия, симметрия, точечный вихрь, прямой метод Ляпунова, теория Рауса.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) **Исследование устойчивости и бифуркаций вихревых конфигураций в гидродинамических моделях, обладающих непрерывной группой симметрии.** Гидродинамические модели вихревых структур имеют широкую область приложений: с одной стороны они хорошо описывают крупномасштабную динамику атмосферы и океана, с другой стороны эти модели активно используются для описания движения вихрей в сверхтекучих жидкостях и находят применение в квантовой механике. Предполагается исследование взаимодействия различных вихревых структур в областях с границей, на плоскости, на сфере, в двухслойной жидкости.
- 2) **Исследование устойчивости и бифуркаций в динамических системах с косимметрией.** Понятие косимметрии введено В. И. Юдовичем в связи с объяснением необычного характера первого перехода, обнаруженного Д. В. Любимовым в двумерной задаче фильтрационной конвекции. Исследование роли косимметрии в современной физике, и, в частности, в теории устойчивости и бифуркаций, все еще находится в самом начале и имеет немалые перспективы. Развитие теории устойчивости в косимметрических динамических системах актуально, в частности, в связи с обнаруженными в последнее время нетривиальными косимметриями в ряде задач математической физики. Известные ныне примеры — фильтрационная конвекция жидкости, в частности, многокомпонентной и магнитной, системы классической механики с симметричной потенциальной энергией, модели фазовых переходов антиферромагнетиков, задачи о волнах на поверхностях раздела жидкостей.

### Методы и инструменты для исследований

Для исследования устойчивости используются классические методы: прямой метод Ляпунова, метод линеаризации, теория Рауса, развитая для гамильтоновых систем, обладающих циклическими координатами, теория классификации динамических систем по коразмерности вырождения.

Для исследования бифуркаций применяются два метода — метод Ляпунова–Шмидта и метод центрального многообразия. Первый метод позволяет рассматривать бифуркации более общего вида и для более широкого класса операторных уравнений. Метод центрального многообразия дает значительно более детальную информацию, в частности, об устойчивости различных режимов (стационарных, периодических и других) и изменении фазовых портретов системы в результате бифуркации.



---

**Мелехов Андрей Петрович, кандидат физ.-мат. наук, старший преподаватель**

---

**Ключевые слова:** вязкая несжимаемая жидкость, асимптотические методы, переходы и теория бифуркаций, гидродинамическая неустойчивость и турбулентность, численные методы, математические пакеты, языки программирования.

### **Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Исследование течений вязкой несжимаемой жидкости, возникающих при потере устойчивости основных стационарных движений. Исследование движения частиц жидкости (пассивной примеси) во вторичных потоках, возникновение лагранжевой турбулентности.
- 2) Создание прикладных программ для изучения и моделирования движения пассивной примеси во вторичных автоколебательных потоках вязкой несжимаемой жидкости. Проведение компьютерных экспериментов движения пассивной примеси в основных и вторичных течениях, вычисление параметров хаотичности течений.
- 3) Создание и администрирование баз данных в InterBase/Firebird. Разработка клиентских приложений баз данных в Delphi.

### **Методы и инструменты для исследований**

Для решения перечисленных проблем используются асимптотические методы (метод Ляпунова–Шмидта, длинноволновая асимптотика), численные методы (методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, вычисление параметров хаотичности). Для создания прикладных программ используется среда программирования Delphi, используется математический пакет Maple.

---

Моргулис Андрей Борисович, канд. физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** вихри и волны в жидких средах (циклоны, ураганы, приливы–отливы, и др. замечательные явления), связанные математические методы, происходящие из теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и бифуркаций, включая методы интегрирования гамильтоновых систем, асимптотические методы (кортоковолновые/высоко-частотные приближения), методы спектральной теории линейных операторов, геометрии и топологии, теории групп и алгебр Ли.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование вихревых структур в течении, вызываемом вдувом/откачиванием жидкости из заданной области (трубы, канала, и т. д.). Вихревые структуры оказывают существенное влияние на силы, действующие со стороны жидкости на погруженные в неё тела, а также на перенос примесей и/или тепла. Оценка таких влияний имеет большое практическое значение. Например, возможны приложения в авиа/судостроении (снижение силы сопротивления), в экологии и рациональное природопользовании (распространение загрязняющих примесей в водоемах), в медицине (движение крови в сосудах) и т. д.
- 2) Исследование вибрационных явлений в гидродинамике. Вибрации, то есть, колебания высокой частоты и малой амплитуды, приводят к весьма неожиданным последствиям. Например, вибрации точки подвеса обычного маятника способны стабилизировать его вертикальное положение; вибрации жидкости способны придать плавучесть тяжёлым телам и т. д. Вибрационные явления имеют разнообразные практические применения. Например, задача о влиянии вибраций стенок трубки на движение жидкости в ней приводит к простой модели перистальтического движения биологических жидкостей.

### Методы и инструменты для исследований

Выполнение дипломных работ по предлагаемым темам не требует выдающихся знаний, хотя, конечно, знание основ анализа и дифференциальных уравнений приветствуется. Как инструменты исследования предполагается использовать асимптотические методы, точнее, метод многих масштабов и ему подобные, а также пакеты типа Maple и MatLab.

---

Моршнева Ирина Викторовна, кандидат физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** конвекция, конвективные течения жидкости и смеси жидкостей, уравнения тепловой конвекции, течения жидкости между вращающимися цилиндрами, теория устойчивости, асимптотические методы, теория бифуркаций в системах с симметрией, численные методы решения дифференциальных уравнений.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование конвективных течений, возникающих из-за неоднородности температуры в жидкостях, в смесях жидкостей, в газах, находящихся в полостях различной формы. Конвекция — это один из видов макроскопического движения, который наиболее распространен в природе, а также во многих областях техники. С математической точки зрения, исследование сводится к аналитическому, асимптотическому и численному решению уравнений тепловой конвекции. Для решения привлекаются методы теории устойчивости, теории ветвления решений, теории бифуркаций, а также численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений. Исследования конвективных режимов течения и их устойчивости имеют многочисленные приложения в таких областях науки и техники, как метеорология, океанология, астрофизика, геофизика, энергетика.
- 2) Исследование течений жидкости, находящейся между соосными вращающимися цилиндрами. Это классическая задача гидродинамики, носящая имя Куэтта–Тейлора, с богатой историей теоретического, численного и экспериментального исследования и широкими приложениями во многих областях науки и техники, например, в метеорологии, астрофизике, при конструировании миксеров и центрифуг, измерении вязкости жидкости. Интерес представляет изучение переходов режимов течения при увеличении скорости вращения цилиндров, вплоть до развития турбулентности — сложного, нерегулярного течения. Для этих целей привлекаются методы теории устойчивости и теории бифуркаций в системах с симметрией, а также численные методы решения дифференциальных уравнений.
- 3) Исследование режимов, возникающих при потере устойчивости известного решения в динамических системах с симметрией. С математической точки зрения, исследование сводится к развитию теории бифуркаций в системах, инвариантных относительно некоторой группы. Симметрия задачи помогает обнаружить большое разнообразие режимов и описать их свойства. Практический интерес такого исследования связан с тем, что в различных прикладных задачах постоянно возникают системы с группой симметрии. Это вызвано тем, что уравнения классической физики инвариантны относительно группы движения.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения перечисленных задач используются численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, асимптотические методы, аналитические методы — методы теории устойчивости и теории бифуркаций.

---

Норкин Михаил Викторович, доктор физ.-мат. наук, профессор

---

**Ключевые слова:** идеальная несжимаемая жидкость, твердое тело, свободная граница, каверна, асимптотика, малые времена, число Фруда, число кавитации, отрыв жидкости, обрушение волн, гидродинамический удар, смешанные задачи.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование нелинейных, нестационарных, начально-краевых задач о движении твердых тел в идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. Особенностью этих задач является то, что в большинстве случаев движение тела в жидкости сопровождается сильной деформацией ее свободной границы. На поверхности жидкости образуются волны и брызговые струи. Часто наблюдается явление обрушения волн. Интерес к этим задачам вызван важностью их технических приложений в морской гидродинамике.
- 2) Изучение кавитационных задач. Кавитация — это образование в жидкости полостей (каверн), заполненных парами жидкости и газа. Каверны возникают при понижении давления в жидкости до некоторого предела или при ее нагревании. Это явление наблюдается, например, при установившемся движении твердого тела в жидкости с большими скоростями. Кавитация разрушает поверхность гребных винтов, гидротурбин и др. Кавитация также приносит пользу — ее применяют в промышленности, медицине, военной технике и других смежных областях.
- 3) Исследование задач удара твердых тел, плавающих на поверхности несжимаемой жидкости. Такие задачи возникают в ряде практических вопросов: посадка гидросамолета на воду, посадка самолета на плавающий аэродром, аварийная посадка самолета на воду, движение кораблей с большими ускорениями и др. В математическом плане эти задачи сводятся к исследованию краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных со смешанными граничными условиями.
- 4) Аналитические и численные методы в смешанных задачах математической физики. Смешанные задачи находят широкое применение в машиностроении, строительстве, электронике, гидродинамике и других областях человеческой деятельности.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения перечисленных задач используются аналитические и численные методы: прямые асимптотические методы, эффективные на малых временах, методы теории пограничного слоя, численные методы решения смешанных краевых задач для эллиптических дифференциальных уравнений в частных производных, метод конечных элементов, методы парных интегральных уравнений и др. Для создания прикладных программ используется пакет FreeFem++. В некоторых случаях требуется численная реализация в Delphi. Для обработки результатов исследований применяется пакет Grapher.

---

Островская Ирина Владимировна, ассистент

---

**Ключевые слова:** течение жидкости, вихревые структуры, устойчивость, бифуркации, симметрия, точечный вихрь, прямой метод Ляпунова, теория Рауса, гамильтоновы системы.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- **Исследование устойчивости и бифуркаций дискретных вихревых структур в идеальной жидкости.** В последнее время модель точечных вихрей доказала свою фундаментальность в связи с исследованием вихрей в жидком гелии и электронных колонн в физике плазмы, что стимулирует новые приложения и продолжение исследований на всех фронтах (в частности, на теоретическом и численном). Несмотря на многочисленные публикации, многие классические конфигурации долгое время оставались и остаются недостаточно исследованными. Например, лишь сравнительно недавно была окончательно решена в точной нелинейной постановке проблема Кельвина об устойчивости правильных вихревых многоугольников на плоскости. В рамках предлагаемой тематики планируется исследование устойчивости и бифуркаций различных вихревых конфигураций в областях с границей, на плоскости, в двухслойной жидкости и в других моделях, в том числе геофизической гидродинамики аналитическими и численными методами.

### Методы и инструменты для исследований

Для исследования будут использованы классические методы: прямой метод Ляпунова, метод линеаризации, теория устойчивости гамильтоновых систем, теория Колмогорова–Арнольда–Мозера, теория нормальных форм гамильтоновых систем, теория Рауса об устойчивости равновесий гамильтоновых систем с циклической переменной, теория устойчивости равновесий гамильтоновых систем в резонансных случаях, а также численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и др. Для исследования используются пакеты прикладных программ: пакет аналитических вычислений Maple, Matlab. Для создания прикладных программ используется Delphi, Python и другие языки программирования.

---

**Петровская Наталья Владимировна, кандидат физ.-мат. наук, доцент**

---

**Ключевые слова:** численное моделирование движения жидкости, устойчивость, бифуркации и хаос в динамических системах, метод осреднения.

### **Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Численное исследование конвективных движений вязкой жидкости, возникающих в результате неоднородного ее нагрева. Математическая модель процесса — это нелинейная система дифференциальных уравнений в частных производных. Предполагается использование численных методов для ее исследования, проведение компьютерных экспериментов, систематизация и анализ результатов.
- 2) Разработка и тестирование численного метода расчета двумерного движения идеальной жидкости. Математическая модель процесса — это нелинейное интегро-дифференциальное уравнение. Основная проблема состоит в том, что численный метод должен как можно лучше сохранять инварианты движения (величины, не изменяющиеся с изменением времени, например, кинетическую энергию).
- 3) Исследование движения точечных вихрей в ограниченной области (круге, кольце). Движение точечных вихрей определяется системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которую можно изучать численно и отчасти аналитически. Представление результатов предполагает работу с компьютерной графикой.
- 4) Аналитическое, численное и асимптотическое исследование бифуркаций в математических моделях малой размерности. Наиболее известный пример такой модели — система Лоренца. Эта тематика предполагает углубленное изучение таких дисциплин как теория обыкновенных дифференциальных уравнений, теория бифуркаций и теория динамических систем.

### **Методы и инструменты для исследований**

Для решения перечисленных задач активно применяются численные методы — метод Бубнова–Галеркина, метод конечных элементов, методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (системы программирования Delphi, Maple, пакет FreeFem++). Также при необходимости (и при непротивлении студента) могут применяться аналитические методы и метод осреднения, возможно с численной поддержкой или с использованием средств пакета Maple.

---

**Прозоров Олег Александрович, ассистент**

---

**Ключевые слова:** высокочастотные вибрации, вибрационная конвекция Марангони, расчет вторичных режимов, амплитудные уравнения, метод осреднения, метод конечных элементов.

### **Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Численное исследование задач вибрационной конвекции. В тех случаях, когда механизм обычной гравитационной конвекции отсутствует (например, в условиях невесомости), в качестве замены могут выступать высокочастотные вибрации, либо термокапиллярный эффект. Во многих случаях возможность проведения натуральных физических экспериментов ограничена, поэтому в качестве эксперимента используется компьютерное моделирование.
- 2) Создание прикладных программ для расчета течений, возникающих в вибрирующих контейнерах. В качестве сред написания таких программ могут выступать как универсальные языки программирования, универсальные математические пакеты (MATLAB), так и специализированные пакеты для решения задач гидродинамики.

### **Методы и инструменты для исследований**

Для решения указанных выше задач может потребоваться применение как численных, так и аналитических методов. Численные методы: метод конечных элементов (пакеты FreeFem++ и Ansys), численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Аналитические методы: метод многомасштабных разложений, метод пограничного слоя.

---

Ревина Светлана Васильевна, кандидат физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** математическая гидродинамика, теория устойчивости, теория бифуркаций, уравнения реакции-диффузии, динамические системы, течения жидкости, математические модели популяций, асимптотические методы.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование устойчивости и бифуркаций течений жидкости. Рассматриваются уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости — уравнения Навье-Стокса. Сначала находится критическое значение параметра (числа Рейнольдса), при котором основное течение теряет устойчивость, затем решается линейная спектральная задача. После этого строятся явные асимптотические представления вторичных течений. Математическая гидродинамика играет важную роль в понимании процессов, происходящих в атмосфере и океане.
- 2) Исследование свойств решений уравнений реакции-диффузии. Если в простейших моделях, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, например, в моделях популяций, механических или электромагнитных колебаний, учесть возможность объекта изменяться в зависимости от положения в пространстве, то во многих практически важных случаях приходим к уравнениям реакции-диффузии. В перспективе возможен учет адвекции (переноса), например, если речь идет о моделях фито- и зоопланктона, актуальность исследования которых связана с климатическими изменениями.
- 3) Исследование моделей популяций. Различные популяционные модели — от моделей конкуренции или распространения инфекций до рекламных моделей можно описывать одними и теми же уравнениями, давая разную трактовку переменным. Особую ценность представляют те модели, при построении которых удается использовать эмпирические данные.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения указанных задач используются как аналитические, так и численные методы. Аналитические методы осваиваются постепенно — от простых и известных к сложным. В каждой курсовой или дипломной работе обязательно применение компьютера — от использования стандартных пакетов до создания собственных программ, в зависимости от склонностей студентов. Единственное требование — еженедельное продвижение и отчет о проделанной работе. Обычно на третьем курсе студенты занимаются обыкновенными дифференциальными уравнениями, переходя на четвертом курсе к уравнениям в частных производных, а затем, по желанию, на уровне магистратуры — к уравнениям Навье-Стокса.



---

Романов Максим Николаевич, канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

---

**Ключевые слова:** движение вязкой жидкости между двумя вращающимися цилиндрами, проницаемые цилиндры, уравнения Навье-Стокса, устойчивость, бифуркации, амплитудная система, вторичное стационарное течение, азимутальные волны, хаотические режимы, численные методы, языки программирования.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

Основная тематика работ посвящена исследованию движений вязкой жидкости между двумя вращающимися проницаемыми цилиндрами. Изучение таких течений привлекает внимание исследователей, прежде всего, в связи с возможностью использования результатов в технических устройствах, содержащих динамические фильтры. Такие устройства используются, например, для отделения примесей в отработанном машинном масле, для расщепления крови и выделения из нее плазмы, для противодействия обрастанию мембран в системах очистки питьевой воды посредством обратного осмоса, в биотехнологиях и т. п.

- 1) Расчет нейтральных кривых монотонной и колебательной неустойчивости кругового движения жидкости между вращающимися проницаемыми цилиндрами.
- 2) Пересечение бифуркаций возникновения вторичного стационарного течения и азимутальных волн между вращающимися проницаемыми цилиндрами.
- 3) Расчёт коэффициентов амплитудной системы в задаче о движениях вязкой жидкости между двумя вращающимися проницаемыми цилиндрами.
- 4) Исследование стационарных, периодических и квазипериодических движений вязкой жидкости между двумя вращающимися проницаемыми цилиндрами.
- 5) Создание прикладных программ для проведения расчетов для перечисленных задач. Наличие таких программ позволяет отыскать вторичные режимы движения жидкости и описать переходы между ними вплоть до возникновения хаоса.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения перечисленных задач используются аналитические методы в сочетании с численным анализом. Для создания прикладных программ используется язык программирования Delphi и математический пакет Maple.

---

Цибулин Вячеслав Георгиевич, доктор физ.-мат. наук, профессор

---

**Ключевые слова:** пространственно-временные задачи гидродинамики и математической биологии, динамика популяций, разностные схемы решения нелинейных проблем, конвективные движения жидкости в пористых средах, устойчивость течений жидкости, математические пакеты MATLAB и Maple

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование конвективных движений в пористой среде. С математической точки зрения исследование сводится к численному решению нелинейных уравнений математической физики (уравнения Навье-Стокса, Обербека-Буссинеска, Дарси). На практике такие уравнения используются для описания течений в земной коре, анализа технологических задач теплоизоляции.
- 2) Анализ моделей пространственно-временного распространения популяций. Основным интересом представляют задачи сосуществования альтернативных распределений, сложные динамические режимы, исследование миграционных процессов. Численными и аналитическими методами исследуются системы обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнения с запаздыванием, уравнения параболического типа.
- 3) Построение и анализ вычислительных схем, сохраняющих свойства исходных дифференциальных уравнений. Исследование аппроксимаций уравнений математической физики, реализация разрабатываемых схем, сравнение с известными методами, применение для исследования пространственно-временных задач гидродинамики и математической биологии.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения перечисленных проблем применяются численные методы (конечно-разностные схемы, интеграторы, бифуркационный анализ) и пакеты MATLAB и Maple.

---

Цывенкова Ольга Александровна, кандидат физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** вычислительная математика, математический пакет Maple, демонстрационные приложения.

**Предлагаемые темы исследований для дипломных работ**

- 1) Использование методов вычислительной математики для решения задач линейной алгебры, обработки результатов эксперимента. Решение задач приближения функций.
- 2) Использование методов вычислительной математики для решения задач математической физики. Применение проекционных методов к решению различных краевых задач.
- 3) Создание демонстрационных приложений для проведения различных вычислительных экспериментов и для дистанционного изучения различных численных методов.
- 4) Создание приложений для анализа решений различных задач численными методами. Например, поиск приближенно-аналитических решений задач Коши или краевых задач.

---

Ширяева Елена Владимировна, кандидат физ.-мат. наук, доцент

---

**Ключевые слова:** массоперенос электрическим полем в многокомпонентных химически активных жидких средах, системы квазилинейных гиперболических уравнений, течения жидкости в микроканалах, конвекция, устойчивость течений жидкости, течения в жидких пленках, численные методы, метод конечных элементов, языки программирования.

### Предлагаемые темы исследований для дипломных работ

- 1) Исследование вращательных течений, вызываемых внешним электрическим полем в тонких подвешенных жидких пленках. С математической точки зрения исследование сводится к решению различными методами осредненных уравнений, описывающих движение многокомпонентной жидкости. Задача о вращательных течениях на практике возникает при моделировании жидкостных моторов в различных микроустройствах.
- 2) Численное исследование вихревых течений вязкой несжимаемой жидкости в ограниченных плоских областях при помощи метода конечных элементов и конечно-разностных методов. Такие исследования имеют важное значения при конструировании различных микроустройств — микронасосов, микромиксеров и др.
- 3) Создание прикладных программ для изучения различных процессов, протекающих в жидкой сплошной среде — вихревые течения, перенос как пассивных, так и активных примесей, волновые движения жидкости, нелинейные эффекты, приводящие к образованию ударных волн и волн разрежения. Наличие таких программ позволяет глубже понимать сущность протекающих процессов, исследовать процессы в некоторой области параметров в режиме реального времени.

### Методы и инструменты для исследований

Для решения перечисленных задач используются преимущественно численные методы — конечно-разностные схемы, метод конечных элементов, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Для создания прикладных программ используются языки программирования Delphi, Java, FreeFem++. Для обработки результатов исследований используются пакеты научной графики.

## Сотрудники кафедры ВМ и МФ

Фамилия Имя Отчество	Страница
Жуков Михаил Юрьевич	4
Говорухин Василий Николаевич	5
Долгих Татьяна Федоровна	6
Жукова Наталья Михайловна	7
Казьмин Игорь Александрович	
Ковальчук Владимир Евстафьевич	
Куракин Леонид Геннадиевич	8
Мелехов Андрей Петрович	9
Моргулис Андрей Борисович	10
Моршнева Ирина Викторовна	11
Норкин Михаил Викторович	12
Островская Ирина Владимировна	13
Овчинникова Светлана Наумовна	
Петровская Наталья Владимировна	14
Прозоров Олег Александрович	15
Ревина Светлана Васильевна	16
Романов Максим Николаевич	17
Сазонов Леонид Иванович	
Цибулин Вячеслав Георгиевич	18
Цывенкова Ольга Александровна	19
Чалов Пётр Афанасьевич	
Ширяева Елена Владимировна	20
Шлейкель Алексей Леович	

# Предметный указатель

- алгебра Ли, 10  
асимптотические методы, 4, 9–12, 14, 16
- базы данных, 9  
бифуркации, 5, 8–11, 13, 14, 16, 17
- вибрационная конвекция, 15  
вихревые структуры, 5, 8, 13  
вихревые течения, 4, 5, 20  
вихри в жидких средах, 10  
волны, 10  
вязкая несжимаемая жидкость, 9, 10, 14, 16, 17
- гамильтоновы системы, 8, 10, 13  
гидродинамическая неустойчивость, 9, 14, 17  
гидродинамический удар, 12  
группы Ли, 4, 10
- динамика жидкости, 5, 10, 12, 14, 16, 17
- замечательные явления, 10
- идеальная несжимаемая жидкость, 12
- конвекция, 4, 5, 10, 11, 14, 16–18, 20  
косимметрия, 5, 8, 13, 18
- массоперенос, 4, 7, 17, 20  
математическая гидродинамика, 6, 16, 17  
метод конечных элементов, 4, 6, 7, 12, 14, 15, 20  
метод Ляпунова, 8, 13  
метод осреднения, 14, 15  
методы оптимизации, 6
- отрыв жидкости, 12
- ППП  
TeX, 4, 5, 7, 10, 12–16, 18–20  
Ansys, 15  
FreeFem++, 4, 6, 7, 12, 14–16, 20  
Grapher, 4, 7, 12, 20  
Maple, 4–10, 12–20  
Matlab, 5, 10, 15, 18  
Surfer, 4, 7, 20
- популяционная динамика, 5, 10, 16, 18
- свободная граница, 12  
системы квазилинейных гиперболических уравнений, 4, 20  
спектральная теория линейных операторов, 10
- твердое тело, 12  
теория Рауса, 8, 13  
теория устойчивости, 10, 11, 14, 16  
течения в жидких пленках, 4, 20  
течения в микроканалах, 4, 20  
течения жидкости между вращающимися цилиндрами, 11, 17
- топология, 10  
точечный вихрь, 8, 10, 13, 14  
турбулентность, 9, 10
- устойчивость течений жидкости, 4, 8, 13, 14, 16–18, 20
- хаос, 14, 17
- численные методы, 4–6, 9–15, 17–20
- языки программирования, 4, 6, 9, 12–15, 17, 19, 20